

# Design de Software Educacional Baseado na Teoria dos Campos Conceituais

Mauricio Motta Braga<sup>1</sup>, Ana Emilia de Melo Queiroz<sup>2</sup>, Alex Sandro Gomes<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal de Pernambuco CIN-Centro de Informática Caixa Postal 7851 - 50.740-540 - Recife - PE – Brasil

<sup>2</sup> Universidade Federal do Vale do São Francisco CECOMP- Colegiado de Engenharia da Computação Av. Ant<sup>o</sup> Carlos Magalhães, 510 - Juazeiro-BA  
{mmb, asg}@cin.ufpe.br, ana.queiroz@univasf.edu.br

**Abstract.** *This paper reports the design of an educational interface based on a theoretical framework that makes it possible to investigate the meanings that emerge during the use of educational software in teaching mathematics. To carry out this investigation, a prototype was designed and tested by elementary school teachers. The results obtained made it possible to assess which properties of concepts emerge during the use of the software.*

**Resumo.** *Este artigo descreve o design de uma interface educacional baseada em um referencial teórico que possibilita a investigação dos significados que emergem durante o uso de um software para o ensino de conceitos matemáticos. Para realizar a investigação foi construído um protótipo em papel e realizado um teste com professores de Matemática do Ensino Fundamental. Os resultados obtidos permitiram verificar que propriedades de conceitos emergem durante o uso da interface.*

## 1. Introdução

O desenvolvimento e avaliação de software educacional é alvo de muitas pesquisas no ambiente acadêmico. As avaliações e técnicas de desenvolvimento, entretanto, costumam direcionar o seu foco para o artefato sendo construído. Pouca atenção é dada à análise da aprendizagem que decorre do uso da ferramenta educacional sendo construída Gomes A.S e al (2002).

Neste trabalho, partimos do pressuposto de que a qualidade de um software educacional deve ser medida a partir da avaliação da aprendizagem que decorre do seu uso. A avaliação dos significados que emergem do uso de uma interface educacional requer a utilização de um modelo teórico que informe como se dá a aquisição do conhecimento em um domínio específico. Essa mesma teoria deve também informar como os componentes do domínio escolhido devem ser trabalhados de forma a facilitar o aprendizado do aluno bem como permitir a avaliação do conhecimento mobilizado pelo aprendiz durante o uso.

Em face do exposto, relatamos neste artigo o projeto de um software educacional para ensino de matemática. Para isso um protótipo de baixa fidelidade foi construído para permitir a avaliação dos conhecimentos mobilizados por usuários representativos

do público alvo do software em contexto de uso. Ao final dos testes, a aplicação foi implementada visando o seu uso em cursos de capacitação de professores do ensino fundamental.

## 2. Referencial Teórico

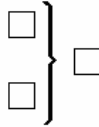

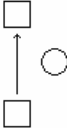
Como quadro teórico para concepção do software utilizamos a Teoria dos Campos Conceituais, proposta por Vergnaud (1997). Segundo essa teoria, o conhecimento é organizado em campos conceituais. Um campo conceitual é definido como um conjunto de situações cujo domínio requer, por sua vez, o domínio de vários conceitos distintos. Um conceito é definido como uma tríade de conjuntos (S, I, R) (Vergnaud, 1990; Vergnaud, 1997), onde: S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito; I são os invariantes (propriedades, objetos e relações) que são reconhecidos e utilizados pelos sujeitos ao se deparar com essas situações; e, R é um conjunto de representações simbólicas utilizadas para representar as situações e os invariantes.

De acordo com essa teoria, um conceito é progressivamente apreendido por um indivíduo na medida em que este domina mais e mais as situações que o tornam significativo, as propriedades (invariantes) do mesmo e as diferentes formas de representá-lo. A inferência dos invariantes presentes no raciocínio de um indivíduo pode ser realizada a partir da análise das ações executadas pelo mesmo bem como da explicação fornecida pelo sujeito para cada ato executado durante a realização de uma atividade educacional. Essa análise permite avaliar os conhecimentos que o sujeito mobilizou ao interagir com o artefato educacional.

## 3. O Campo Conceitual Aditivo

A fundamentação para o desenvolvimento da nossa interface educacional encontra-se nas pesquisas sobre o campo conceitual aditivo definida, entre outros, por Vergnaud (1991). Este autor identifica como problemas do tipo aditivo aqueles que envolvem em sua resolução uma adição ou uma subtração. O mesmo ressalta que “*existem vários tipos de relações aditivas, e em consequência, vários tipos de (problemas de) adição e subtração*” (Ibid., p. 161). Esta distinção é necessária em virtude do fato de que cada tipo de problema envolve um raciocínio diferente para ser resolvido.

O campo conceitual aditivo, também referenciado como estruturas aditivas, é um conjunto de conhecimentos sobre relações ternárias que podem ser montadas de diferentes maneiras envolvendo quantidades diversas para oferecer problemas variados. Esse campo conceitual é composto de seis categorias elementares de problemas (Vergnaud, 1991): **Composição de medidas** – Duas medidas são compostas para dar lugar a uma medida; **Transformação de medidas** – Uma transformação é aplicada em uma medida dando como resultado uma nova medida; **Relação de medidas** – Uma relação une duas medidas; **Composição de transformações** – Duas transformações são compostas, dando como resultado uma transformação; **Transformação de relação** – Uma transformação opera sobre uma relação, dando como resultado uma relação; e, **Composição de relação** – Duas relações são compostas, dando como resultado uma relação. Os diagramas e elementos sugeridos por Vergnaud, bem como o significado de cada um deles são vistos a seguir Tabela 1.

Função	Descrição
I. Composição de medidas João tem 12 petecas e Pedro tem 17. Quantas petecas eles têm juntos?	
II. Transformação de medida Maria tinha 23 bombons. Ao final do dia, percebeu que só tinha 17. Quantos bombons Maria comeu durante aquele dia?	
III. Comparação de medidas Eu tenho 16 livros, você tem 43. Quantos livros você tem a mais do que eu?	

**Tabela 1. Diagramas e elementos da Legenda de Vergnaud.**

## 4. Método

### 4.1. Sujeitos

Para a realização deste estudo foram convidados cinco professores de matemática com experiência de ensino dessa disciplina no ciclo fundamental. A tabela 2 detalha o perfil dos participantes do estudo.

Usuário	01	02	03	04	05
Sexo	M	F	M	F	F
Idade	45	30	48	30	35
Escolaridade	PG	2°	PG	PG	PG
Formação	MA	MG	MA	MA	MA
Séries que leciona	EF	EF	EF	EF	EF
Tipos de Escola	P	PU	P	P	P

**Tabela 2. Perfil de usuário. PG : Pós-Graduação, MA: Matemática, MG:Magistério, EF: Ensino Fundamental, PU: Pública, P: Particular**

### 4.2. Material

Para execução do experimento foi criando um protótipo em papel (Snyder ,2003), o qual pode ser visto na Figura 1.



**Figura 1. Exemplo de utilização do protótipo em papel**

A interface do protótipo, vista na Figura 1, é dividida em três partes principais. A primeira parte (1) contém a seção de comandos, composta pela barra de tarefas e pelos menus. A segunda parte é destinada ao enunciado do problema. Por fim, a terceira parte é destinada a criação e manipulação dos diagramas. Todas as funções disponibilizadas pelo protótipo poderiam ser acessadas utilizando os menus ou pelos botões da barra de tarefas.

#### **4.3 Procedimento**

Tomando como base o desenvolvimento focado na avaliação da aplicação em situações de uso, a pesquisa buscou analisar as ações dos usuários na resolução de problemas aditivos com o protótipo. O processo de avaliação iniciou-se com uma explanação sobre as estruturas aditivas e o uso da legenda proposta por Vergnaud, e sobre a proposta do software em desenvolvimento. Em seguida, os participantes receberam formulários de consentimento e foram informados acerca de sua liberdade de escolha na participação do experimento. Partindo desse ponto, o teste foi realizado com cada usuário, que foi filmado resolvendo (05) problemas utilizando o protótipo enquanto faziam uma narrativa de suas ações. Concluídos os (05) cinco problemas, os vídeos gerados foram exibidos ao usuário, e o mesmo foi questionado sobre o motivo de cada ação realizada por ele com o protótipo. Essa parte do experimento teve como objetivo facilitar a identificação dos invariantes mobilizados pelo usuário durante o uso da interface. As respostas fornecidas pelos sujeitos nesta etapa foram registradas com o auxílio de um gravador.

#### **4.4 Tarefas**

As tarefas realizadas pelos sujeitos consistiam nos diferentes tipos de problemas identificados por Vergnaud como pertencentes ao campo conceitual aditivo.

##### **Problema 1**

O problema 1 tratava de uma composição de duas coleções de objetos distintos. O cardinal de cada coleção era fornecido, cabendo ao sujeito calcular o cardinal do novo conjunto formado pela união dos dois conjuntos.

**Ao redor da mesa estão sentados 4 garotos e 7 garotas. Quantas pessoas estão sentadas ao redor da mesa?**

O invariante chave que deveria ser mobilizado pelo usuário durante o uso da interface educacional, necessário para a resolução do problema 1, consistia em perceber que, se não há interseção entre as duas coleções de elementos, o cardinal da coleção formada com objetos dos dois conjuntos é igual a soma do cardinal de cada coleção considerada individualmente. Este invariante pode ser expresso da seguinte forma:

$$\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) \text{ desde que } A \cap B = \emptyset$$

Nesse invariante, representamos por A o conjunto formado pelos garotos e por B o conjunto formado pelas garotas.

### **Problema 2**

O problema 2 tratava de uma transformação aplicada a uma medida. Era informado o estado inicial bem como o estado final da medida, cabendo ao sujeito calcular a transformação ocorrida.

**Ricardo saiu de casa para jogar bola de gude. Ao sair de casa ele possuía 6 bolas. Após o jogo ele tinha duas bolas. O que aconteceu no jogo?**

O invariante chave que deveria ser mobilizado pelo usuário durante o uso da interface educacional, necessário para a resolução do problema 2, consistia em perceber que a transformação aplicada a uma medida pode ser encontrada a partir da diferença entre o estado final da medida e o estado inicial da mesma. Este invariante pode ser expresso da seguinte forma:

$$\text{Se } F = I + T \text{ então } T = F - I$$

Nesse invariante, I representa o estado inicial da medida, F é o estado final da medida e T é a transformação direta que leva I a F.

### **Problema 3**

O problema 3 tratava de outro problema de transformação aplicada a uma medida. Era informado a transformação e o estado final da medida, cabendo ao sujeito calcular o estado inicial.

**Maria comprou uma caixa de bombons por 4 reais e ainda ficou com 4 reais. Quanto ela possuía antes de fazer a compra?**

O invariante chave que deveria ser mobilizado pelo usuário durante o uso da interface educacional, necessário para a resolução do problema 3, consistia em perceber que o estado inicial pode ser obtido aplicando a transformação inversa ao estado final da medida. Este invariante pode ser expresso da seguinte forma:

$$\text{Se } F = T(I) \text{ então } I = T^{-1}(F)$$

Nesse invariante, I representa o estado inicial da medida, F é o estado final da medida, T é a transformação direta que leva I a F e T<sup>-1</sup> é a transformação inversa que permite obter I a partir de F.

### **Problema 4**

O problema 4 tratava de um problema de comparação, consistindo em duas medidas unidas por uma relação. Era informada a primeira medida (o referente) bem como a relação entre esta e a segunda medida (o referido), cabendo ao sujeito calcular a segunda medida.

**Ricardo tem 6 anos, Carlos tem 4 anos a mais do que ele. Quantos anos tem Carlos?**

O invariante chave que deveria ser mobilizado pelo usuário durante o uso da interface educacional, necessário para a resolução do problema 4, consistia em perceber que a segunda medida pode ser obtida somando a primeira medida com a relação existente entre as duas medidas. Este invariante pode ser expresso da seguinte forma:

$$M2 = M1 + R$$

Nesse invariante, M1 é o referente, M2 é o referido e R é a relação entre as duas medidas, a qual permite obter M2 a partir de M1.

### Problema 5

O problema 5 tratava de outro problema de comparação, com a diferença de que desta vez a relação entre as medidas era negativa. Era informada a primeira medida (o referente) bem como a relação entre esta e a segunda medida (o referido), cabendo ao sujeito calcular a segunda medida.

**Carlos tem 7 reais e Luiz tem 6 reais a menos do que ele. Quantos reais tem Luiz?**

O invariante necessário à resolução do problema 5 é igual ao do problema 4.

## 6. Resultados

Os dados obtidos durante a realização dos testes foram classificados e analisados com o auxílio do software QSR NUD\*IST (QSR,2006) aplicativo que tem como propósito a análise de dados qualitativos. A pesquisa qualitativa permite ao pesquisador investigar os motivos que levaram o sujeito a realizar uma ação com a interface ou fornecer uma resposta durante a resolução de um problema. Este enfoque é importante quando se deseja conhecer o raciocínio utilizado pelo sujeito durante a realização de uma tarefa.

Alguns fragmentos das transcrições serão mostrados para exemplificar os resultados obtidos em cada categoria. Para facilitar o entendimento, as transcrições utilizam alguns sinais, listados a seguir.

Sinal	Descrição
S	Diálogo do sujeito.
P	Diálogo do pesquisador.
C	Diálogo do software.
()	Diálogo do analista.
[]	Descrição do problema sendo resolvido pelo usuário

**Tabela 3. Sinais utilizados nas transcrições**

### 6.1 Análise dos invariantes mobilizados pelos sujeitos

Nesta seção separamos os invariantes observados durante os testes de acordo com o tipo de problema: composição, comparação e transformação. Exemplificamos a forma de análise com alguns invariantes nesta seção. Ao todo, um total de 13 invariantes corretos foi observado durante a realização dos testes.

### 6.1.1 Invariantes mobilizados em problemas de composição

A análise da transcrição dos dados do experimento permitiu a identificação de três invariantes mobilizados pelos sujeitos durante a resolução dos problemas de composição. Cada um desses invariantes é analisado a seguir.

#### *Invariante 1: As partes formam o todo*

Esse invariante apareceu no discurso do usuário no momento em que o mesmo identificava o problema como uma composição de duas quantidades. A percepção da situação apresentada na questão como uma composição se traduziu no reconhecimento por parte do sujeito de que existem duas coleções de objetos (as partes) cujo total pode ser obtido a partir da soma do cardinal de cada coleção separadamente.

Esse raciocínio foi detectado nos discursos de S1, S3 e S4. Um exemplo da presença desse invariante pode ser vista na explicação de S1 para a escolha da composição para o problema 1 no Quadro 1.

FRAGMENTO 1 : PROBLEMA 1 : SUJEITO 1

[Ao redor da mesa estão sentados 4 garotos e 7 garotas. Quantas pessoas estão sentadas ao redor da mesa?]

C: Escolha no menu a legenda correspondente à operação.

S: Composição (clique no botão composição).

P: Porque você escolheu composição para esse problema?

S: Na verdade, porque o problema indica que há pessoas de sexo masculino e feminino, e pergunta quantas pessoas existem. Nesse sentido tem que somar.

**Quadro 1. As partes formam o todo**

### 6.1.2 Invariantes mobilizados em problemas de transformação

Os problemas de transformação envolvem situações nas quais a idéia de tempo está sempre presente. Neste tipo de problema, uma medida sofre uma transformação através de perda ou ganho, dando como resultado uma nova medida.

#### **Invariante 4: Uma medida inicial se transforma, dando origem a uma nova medida**

Esse invariante apareceu no discurso do usuário no momento em que o mesmo identificava o problema como uma situação envolvendo a transformação de uma medida. A percepção da situação apresentada na questão como uma transformação exigiu do sujeito o reconhecimento de que existe uma medida que possui dois valores distintos, cada um correspondendo a um instante de tempo diferente. Estes dois valores estão relacionados pela transformação de perda ou ganho que foi aplicada à medida entre esses dois instantes de tempo.

Esse raciocínio foi detectado nos discursos de S1, S2 e S4. Um exemplo da presença desse invariante pode ser vista na explicação de S4 para a escolha da transformação para o problema 2 no Quadro 2.

FRAGMENTO 4 : PROBLEMA 2 : SUJEITO 4

[Ricardo saiu de casa para jogar bola de gude. Ao sair de casa ele possuía 6 bolas. Após o jogo ele tinha duas bolas. O que aconteceu no jogo? ]

P: Porque você escolheu transformação para esse problema?

S: Porque o problema informa a quantidade de bolas que Ricardo possuía antes e após o jogo, e pergunta o que ocorreu no jogo. Então temos uma transformação da quantidade inicial de bolas que ele tinha na quantidade final.

**Quadro 2. Uma medida inicial se transforma, dando origem a uma nova medida**

### 6.1.3 Invariantes mobilizados em problemas de comparação

A classe de problemas de comparação se refere a problemas que comparam duas quantidades. Nestes problemas temos sempre uma quantidade cujo valor é especificado em relação ao valor de outra quantidade. A primeira quantidade recebe o nome de referido e a segunda recebe o nome de referente.

A análise da transcrição dos dados do experimento permitiu a identificação de 4 invariantes mobilizados pelos sujeitos durante a resolução de problemas de comparação. Um exemplo desses invariantes é visto a seguir.

***Invariante 10: O valor de uma medida é especificado em relação ao valor de uma outra medida, em termos de acréscimos ou decréscimos***

Esse invariante apareceu no momento da identificação do problema como uma comparação entre duas quantidades. A percepção da situação apresentada na questão como uma comparação exigiu do sujeito o reconhecimento de que existe uma quantidade cujo valor é especificado em função do valor de outra quantidade e da relação existente entre as duas quantidades.

Esse raciocínio foi detectado nos discursos de S1, S2 e S4 quando da escolha da estrutura que melhor modelava um problema de comparação. Um exemplo da presença desse invariante pode ser vista na explicação de S4 para a escolha da composição para o problema 4 no Quadro 3.

FRAGMENTO 10: PROBLEMA 4 : SUJEITO 4

[ Ricardo tem 6 anos, Carlos tem 4 anos a mais do que ele. Quantos anos tem Carlos? ]

P: Porque você escolheu comparação para esse problema?

S: Porque o problema pedia a idade de um garoto, o Carlos, utilizando outro garoto como referência.

**Quadro 3. O valor de uma medida é especificado em relação ao valor de uma outra medida, em termos de acréscimos ou decréscimos**

Por meio de uma análise detalhada de todos os protocolos verbais, observou-se a emergência dos seguintes invariantes ou teoremas-em-ato verdadeiros apresentados no Quadro 4:

As partes formam o todo.

Um número pode representar o cardinal de um conjunto.

A soma das quantidades gera um valor que corresponde à cardinalidade do todo.

Uma medida inicial se transforma, dando origem a uma nova medida.

Um número pode representar o estado inicial da medida.

Um número pode representar o estado final da medida.

A transformação aplicada a uma medida pode ser expressa por um número.

A transformação aplicada a uma medida é obtida pela diferença entre o estado final e o estado inicial da mesma.

O estado inicial em um problema de transformação pode ser obtido a partir da aplicação da transformação inversa ao estado final da medida.

O valor de uma medida é especificado em relação ao valor de uma outra medida, em termos de acréscimos ou decréscimos.

Um número pode representar o referente de uma medida, servindo de base para a obtenção da outra medida.

A relação existente entre as duas medidas pode ser expressa por um número.

O referido em um problema de comparação é obtido a partir da soma do referente com o número que expressa a relação existente entre o referente e o referido.

#### Quadro 4. Invariantes mobilizados pelos sujeitos durante o experimento

## 7 Implementação do software

Após verificar o potencial do protótipo em levar o usuário a mobilizar conhecimentos associados ao aprendizado do campo conceitual veiculado na interface, a construção do software foi realizada (Figura 2).

O software foi desenvolvido na linguagem Java, tendo recebido o nome Gérard em homenagem ao pesquisador cuja teoria de aprendizagem forneceu o embasamento para a realização desta pesquisa.

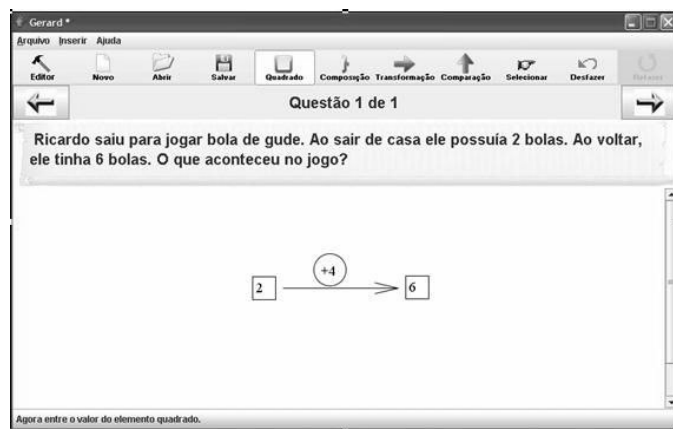


Figura 2. Software Gérard

## 8. Discussão

O principal objetivo deste trabalho foi projetar um software educacional a partir de um modelo teórico que identificasse os requisitos para aprendizagem de um determinado

domínio, de forma a viabilizar uma avaliação do conhecimento mobilizado por usuários durante o uso da aplicação. Para tanto utilizamos o referencial teórico do pesquisador Gérard Vergnaud sobre o campo conceitual das estruturas aditivas. A teoria dos campos conceituais proposta por este pesquisador fornece um ferramental teórico adequado para conceber e avaliar interfaces educacionais para o ensino de matemática.

A necessidade de dispor de uma versão utilizável do software o mais cedo possível para a realização dos testes nos levou a desenvolver um protótipo de baixa fidelidade do software a ser desenvolvido. A prototipação é uma técnica eficaz para testar hipóteses e conhecer as necessidades dos usuários ainda no início do desenvolvimento, quando realizar alterações custa mais barato. Em nosso trabalho, ela permitiu iniciar o desenvolvimento do software apenas após os requisitos terem sido validados em uma avaliação prática com usuários representativos, o que aumentou a nossa confiança de que a aplicação poderá cumprir os objetivos que motivaram a sua construção.

O método de avaliação empregado neste trabalho reflete a nossa visão de que a qualidade de um software educacional deve ser medida em função da aprendizagem que decorre do uso desse software educacional. Até onde nós sabemos, esta é uma abordagem original para o desenvolvimento de interfaces educativas.

A teoria dos campos conceituais é um quadro teórico cujo potencial para colaborar no aprendizado da matemática ainda não foi totalmente explorado. Entre suas contribuições para o ensino está o entendimento de que os requisitos para a aprendizagem bem como as dificuldades enfrentadas pelos alunos no aprendizado de um determinado campo conceitual são inerentes a este domínio em particular. Esperamos que este trabalho ajude a difundir o uso desta teoria na concepção e avaliação de software educacional para o ensino de matemática.

## **Referências**

- Gomes A., Castro-Filho J., Gitirana V., Spinillo A., Alves M., Melo M., Ximenes J. Avaliação de software educativo para o ensino de matemática. E. F. Ramos (ed.), *Convergências Tecnológicas – Redesenhando as fronteiras da Ciência e da Educação: Anais SBC*. (Florianópolis, 2002).
- QSR International. Non-Numerical Unstructured Data Indexing Searching and Theorizing (Nud\*ist). Disponível em: <http://www.qsr.com.au/software.htm> (07/02/06)
- Snyder C. (2003) Paper Prototyping. The Fast and Easy Way to Design and Refine User Interfaces. San Francisco, Morgan Kaufmann Publishers.
- Vergnaud G. La Théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique mathématique*. Grenoble, *La Pensée Sauvage*, n° 6, 10, 2-3 (1990), 133-170.
- Vergnaud G. El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México: Trilhas, 1991.
- Vergnaud G. The Nature of Mathematical Concepts. Em Nunes, T. & Bryant, P. (eds) *Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective*, Psychology Press, East Sussex (1997), 5-28.